Temă seminar

Urzică Radu-Bogdan

Grupa 217

**Problema 9.2.7**

Aduceţi la o formă normală prenexă şi la o formă normală clauzală următoarele formule:

7. (∀x)(∀y)((∃z) P(z) ∧ (∃u)(Q(x, u) → (∀z)Q(y, z)))

Aducerea la o formă normală prenexă

U = (∀x) (∀y) ((∃z) P(z) ∧ (∃u) (Q(x, u) → (∀z) Q(y, z)))

Pas 1: Se înlocuiesc conectivele → și ↔ folosind ¬, ∧, ∨.

U ≡ (∀x) (∀y) ((∃z) P(z) ∧ (∃u) (¬Q(x, u) ∨ (∀z) Q(y, z)))

Pas 2: Se aplică legile finite și infinte ale lui DeMorgan astfel încât cuantificatorii să nu fie precedați de negație.

U ≡ (∀x) (∀y) ((∃z) P(z) ∧ (∃u) (¬Q(x, u) ∨ (∀z) Q(y, z)))

Pas 3: Se redenumesc variabilele legate astfel încât ele să fie distincte.

U ≡ (∀x) (∀y) ((∃z) P(z) ∧ (∃u) (¬Q(x, u) ∨ (∀t) Q(y, t)))

Pas 4: Se utilizează echivalențele logice care reprezintă legile de extragere a cuantificatorilor în fața formulei.

U ≡ (∀x) (∀y) (∃z) (∃u) (∀t) (P(z) ∧ (¬Q(x, u) ∨ Q(y, t)))

Aducerea la o formă normală clauzală

U = (∀x) (∀y) ((∃z) P(z) ∧ (∃u) (Q(x, u) → (∀z) Q(y, z)))

Pas 1: Se înlocuiesc conectivele → și ↔ folosind ¬, ∧, ∨.

U ≡ (∀x) (∀y) ((∃z) P(z) ∧ (∃u) (¬Q(x, u) ∨ (∀z) Q(y, z)))

Pas 2: Se aplică legile finite și infinte ale lui DeMorgan astfel încât cuantificatorii să nu fie precedați de negație.

U ≡ (∀x) (∀y) ((∃z) P(z) ∧ (∃u) (¬Q(x, u) ∨ (∀z) Q(y, z)))

Pas 3: Se redenumesc variabilele legate astfel încât ele să fie distincte.

U ≡ (∀x) (∀y) ((∃z) P(z) ∧ (∃u) (¬Q(x, u) ∨ (∀t) Q(y, t)))

Pas 4: Se utilizează echivalențele logice care reprezintă legile de extragere a cuantificatorilor în fața formulei. (Forma normală prenexă)

U ≡ UP1 = (∀x) (∀y) (∃z) (∃u) (∀t) (P(z) ∧ (¬Q(x, u) ∨ Q(y, t)))

Pas 5: Eliminarea cuantificatorilor ∃ (Forma normală Skolem) (se păstrează doar inconsistența)

z ← f(x, y)

u ← g(x, y)

U ≡ US1 ≡ (∀x) (∀y) (∀t) (P(f(x, y)) ∧ (¬Q(x, g(x, y)) ∨ Q(y, t)))

Pas 6: Eliminarea cuantificatorilor ∀ (Forma normală Skolem fără cuantificatori)

U ≡ USq1 ≡ P(f(x, y)) ∧ (¬Q(x, g(x, y)) ∨ Q(y, t))

Pas 7: Aducerea la Forma Normală Clauzală (distributivitatea lui ∨ față de ∧)

U ≡ UC1 ≡ P(f(x, y)) ∧ (¬Q(x, g(x, y)) ∨ Q(y, t))